

Propriété (intégration par parties)

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I , dont les dérivées u' et v' sont continues sur I . Soient a et b deux éléments de I .

On a $\int_a^b u(t) \cdot v'(t) dt = \left[u(t) \cdot v(t) \right]_a^b - \int_a^b u'(t) \cdot v(t) dt$

Démonstration

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I , dont les dérivées u' et v' sont continues sur I .

La formule de dérivation d'un produit permet d'écrire $(uv)' = u'v + uv'$

On en déduit que pour tout $t \in I$, on a $(uv')(t) = (uv)'(t) = (uv)'(t) - (u'v)(t)$

Les fonctions étant continues, on a alors pour $a \in I$ et pour $b \in I$

$$\int_a^b (uv')(t) dt = \int_a^b (uv)'(t) dt - \int_a^b (u'v)(t) dt$$

et comme $(uv)'$ a pour primitive uv , on obtient :

$$\int_a^b u(t) \cdot v'(t) dt = \left[u(t) \cdot v(t) \right]_a^b - \int_a^b u'(t) \cdot v(t) dt$$