

Exercice C2

Un jeu télévisé propose quatre questions à un candidat. Pour chacune des quatre questions l'animateur propose trois réponses possibles, une seule étant la réponse exacte.

Les questions posées lors du jeu sont indépendantes les unes des autres.

Un candidat retenu pour participer au jeu a une chance sur deux de connaître la réponse exacte à la question posée et, s'il ne connaît pas la réponse exacte, il répond au hasard.

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1°) L'animateur pose la première question au candidat.

On considère les événements :

H : « le candidat choisit au hasard la réponse à la première question ».

E : « le candidat répond correctement à la première question ».

a) Déterminer $P(H)$.

b) Sachant qu'un candidat répond au hasard à la première question, quelle est la probabilité qu'il réponde correctement ? En déduire $P(E \cap H)$.

c) Calculer $P(E)$. On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.

d) Un candidat a répondu correctement à la première question. Quelle est la probabilité qu'il ait répondu au hasard à cette question ?

2°) On admet que la probabilité qu'un candidat réponde correctement à une question est $\frac{2}{3}$.

On note X le nombre de réponses exactes à l'issue des quatre questions.

a) Préciser la nature de la loi de probabilité de X et donner ses paramètres.

b) Quelle est la probabilité que le candidat réponde correctement aux quatre questions ?

c) Quelle est la probabilité que le candidat donne au moins une bonne réponse ?